

Biostatistik og epidemiologi

Modul 4, holdtime 3+4: Statistiske grundbegreber, del II

Mikael Thinggaard
Epidemiologi, Biostatistik og Biodemografi

Opsummering

Population vs. stikprøve (sande værdier vs. estimer)

Datatyper: Kategorisk og numerisk

Prædiktionsinterval (baseret på SD): Bruges til enkeltpersoners resultater (normalområde)

Konfidensinterval (baseret på s.e.): Estimerer den sande middelværdi i populationen

t-værdier afhænger af stikprøvens størrelse

Opsummering

t-værdier afhænger af stikprøvens størrelse

- Bestem altid først antal frihedsgrader (df):
 - Én gruppe: $df = n - 1$
 - To grupper: $df = n_1 + n_2 - 2$
- Eksakt metode
 - Brug Table A3 i *Kirkwood & Sterne* til at finde præcis t-værdi ud fra df og ønsket konfidensniveau.
 - Ingen approksimation nødvendig – kun krav om normalfordelte data.
- Approksimativ metode
 - Jo flere frihedsgrader, jo tættere nærmer t sig 1,96. Ved 60 frihedsgrader: $t = 2,00 \rightarrow$ afvigelsen er så lille, at t kan erstattes med 1,96.
- Brug 1,96 når:
 - Én gruppe: $n \geq 60$
 - To grupper: $df \geq 60$
- Husk til eksamen: skriv, hvad du gør (approksimation eller tabelopslag).

I dag

Konfidensinterval
for middelværdi

T-test for
nulhypotese

Hypotesetestning

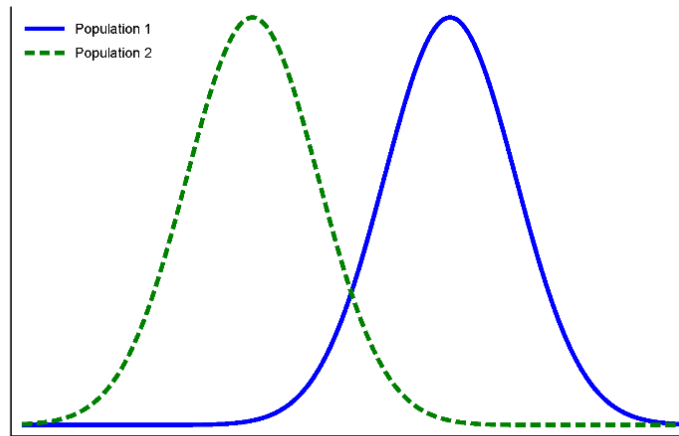
Fortolkning af P-
værdier

Anvendelse af P-
værdier og
konfidensintervaller

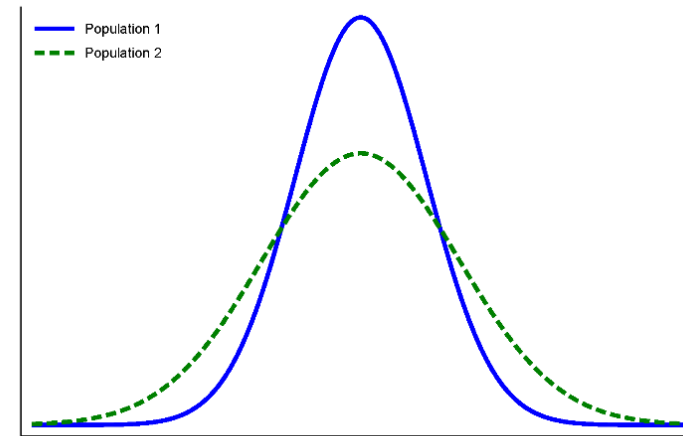
Opgave 1

Nedenstående to grafer viser to fordelinger af numeriske data i to populationer, som begge er normalfordelte.

1) Linjerne viser fordelingen af data. Hvilken population har størst middelværdi? Hvilken population har størst spredning?

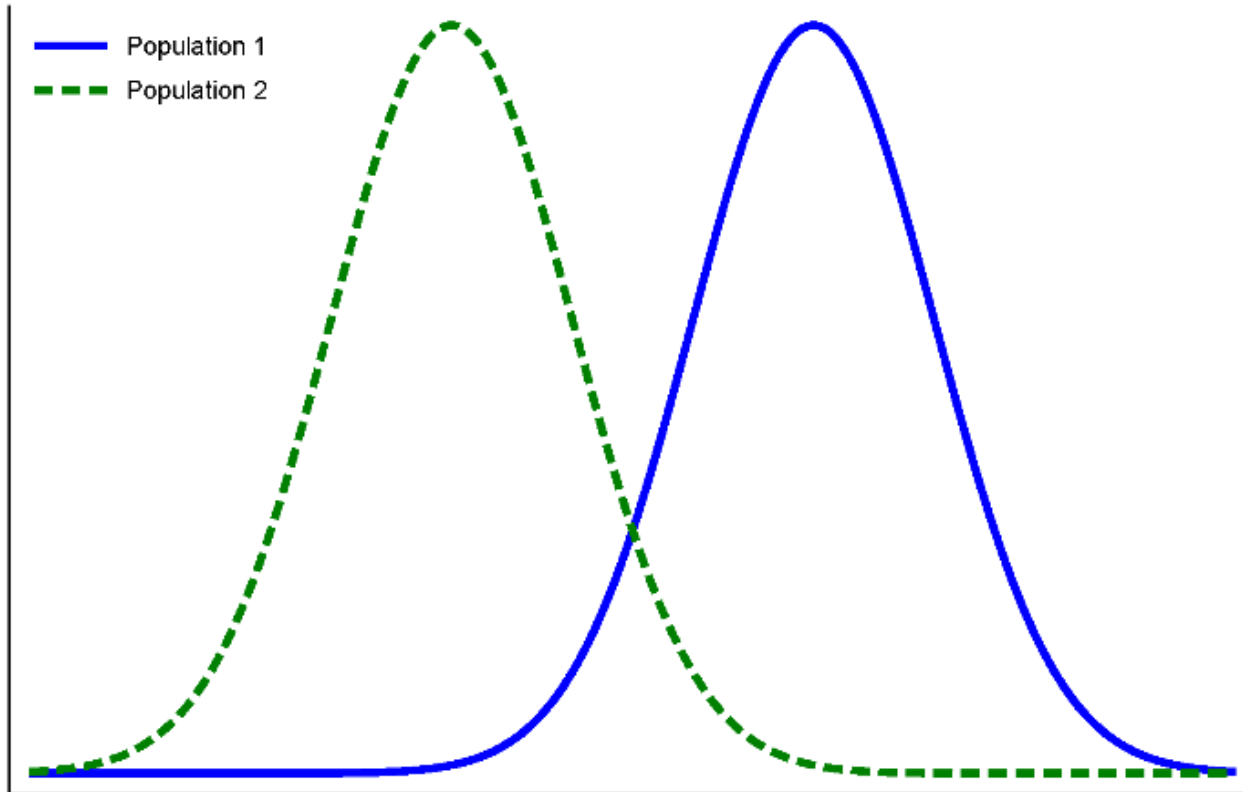


Figur 1



Figur 2

Opgave 1



Middelværdi:

$$x_1 > x_2$$

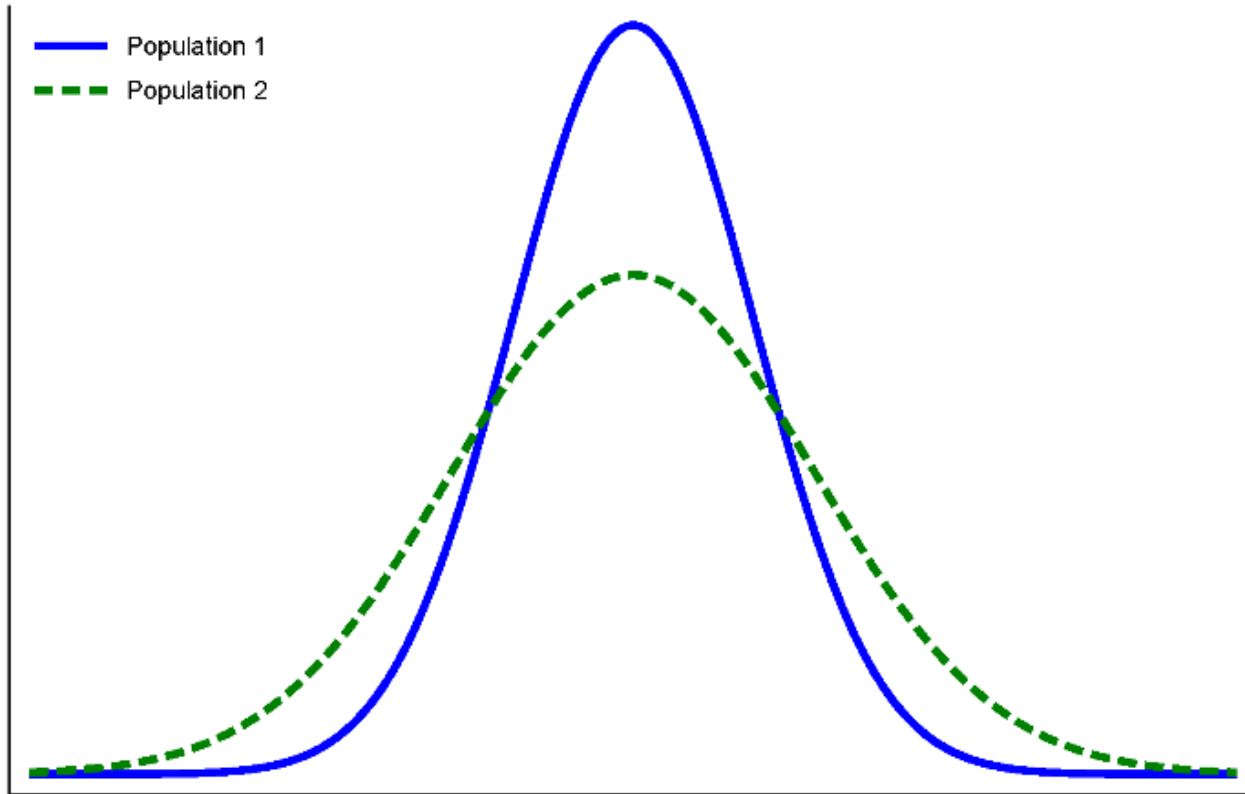
Pop 1 har større middelværdi end Pop 2.

Spredning:

$$SD_1 = SD_2$$

Pop 1 og Pop 2 har samme spredning.

Opgave 1



Middelværdi:

$$x_1 = x_2$$

Pop 1 og Pop 2 har samme middelværdi.

Spredning:

$$SD_2 > SD_1$$

Pop 2 har større spredning end Pop 1.

Opgave 1

Det gennemsnitlige systoliske blodtryk blandt 30 50-årige, mandlige rygere var 130 mmHg (SD=15), mens det blandt 30 50-årige, mandlige ikke-rygere var 120 mmHg (SD=13).

2) Hvad er middeldifferencen i blodtryk mellem rygere og ikke-rygere?

$$\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1$$

$$\bar{x} = 130 \text{ mmHg} - 120 \text{ mmHg} = 10 \text{ mmHg}$$

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Opgave 1

3) Hvad er en nul-hypotese (generelt), og hvad er nul-hypotesen for ovenstående mål?

Nulhypotese generelt: ingen sammenhæng mellem eksponering (dvs. de grupper der sammenlignes) og udfald (dvs. det man sammenligner)

Nulhypotese i denne her kontekst: ingen sammenhæng mellem rygning (dvs. 50-årige mandlige rygere vs. 50-årige mandlige ikke-rygere) og systolisk blodtryk (dvs. den variabel på baggrund af hvilken man sammenligner grupperne).

I forhold til det vi beregner her så er nul-hypotesen at: $\bar{\mu} = \bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1 = 0$

I

Opgave 1

4) Undersøg ved passende beregninger, om denne forskel er udtryk for, at der er forskel på middel-systolisk blodtryk i de generelle populationer af hhv. rygende og ikke-rygende 50-årige mænd.

Metode 1

$$t(x) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

$$s.e. = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \times SD_1^2 + (n_2 - 1) \times SD_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$s.e. = \sqrt{\frac{(30 - 1) \times 15^2 + (30 - 1) \times 13^2}{30 + 30 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{1}{30}} = 14,04 \cdot 0,2582 = 3,62$$

$$t(x) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{10}{3,62} = 2,76$$

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Frihedsgrader: d.f. = 30+30-2 = 58

Tabel A3

Table A3 Percentage points of the t distribution
 Adapted from Table 7 of White *et al.* (979) with permission of the authors and publishers.

| d.f. | One-sided P -value | | | | | | | | |
|----------|----------------------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.0025 | 0.001 | 0.0005 |
| | Two-sided P -value | | | | | | | | |
| | 0.5 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.002 | 0.001 |
| 1 | 1.00 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.82 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 0.76 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 0.74 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 0.73 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 4.77 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 0.72 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 0.71 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 4.78 | 5.41 |
| 8 | 0.71 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 0.70 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 0.70 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 0.70 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 0.70 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 0.69 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 0.69 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 0.69 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.65 | 3.96 |
| 18 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 | 3.15 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 0.69 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.47 | 3.74 |
| 25 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.45 | 3.72 |
| 26 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.05 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.38 | 3.65 |
| 40 | 0.68 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 0.68 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.92 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 0.68 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 0.67 | 1.28 | 1.65 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.09 | 3.29 |

Tosidet 5%-punkt i t -fordeling med
 $df = n_1 + n_2 - 2 = 58$

Opgave 1

4) Undersøg ved passende beregninger, om denne forskel er udtryk for, at der er forskel på middelsystolisk blodtryk i de generelle populationer af hhv. rygende og ikke-rygende 50-årige mænd.

Metode 1

$$s.e. = \sqrt{\frac{(30-1) \cdot 15^2 + (30-1) \cdot 13^2}{30+30-2}} \times \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{1}{30}} = 14,04 \cdot 0,2582 = 3,62$$

$$t(x) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{10}{3,62} = 2,76$$

Frihedsgrader: d.f. = 30+30-2 = 58

p < 0,01

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Opgave 1

4) Undersøg ved passende beregninger, om denne forskel er udtryk for, at der er forskel på middel-systolisk blodtryk i de generelle populationer af hhv. rygende og ikke-rygende 50-årige mænd.

Metode 2

$$95\% CI = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t' \times s.e.$$

t' – findes i tabel A3 vha $d.f. = n_1 + n_2 - 2$

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Table A3 Percentage points of the t distribution
 Adapted from Table 7 of White *et al.* (979) with permission of the authors and publishers.

| d.f. | One-sided P -value | | | | | | | | |
|----------|----------------------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.0025 | 0.001 | 0.0005 |
| | Two-sided P -value | | | | | | | | |
| | 0.5 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.002 | 0.001 |
| 1 | 1.00 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.82 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 0.76 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 0.74 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 0.73 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 4.77 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 0.72 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 0.71 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 4.78 | 5.41 |
| 8 | 0.71 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 0.70 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 0.70 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 0.70 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 0.70 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 0.69 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 0.69 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 0.69 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.65 | 3.96 |
| 18 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 | 3.15 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 0.69 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.47 | 3.74 |
| 25 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.45 | 3.72 |
| 26 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.05 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.38 | 3.65 |
| 40 | 0.68 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 0.68 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.92 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 0.68 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 0.67 | 1.28 | 1.65 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.09 | 3.29 |

Tosidet 5%-punkt i t-fordeling med
 $df = n_1 + n_2 - 2 = 58$

Opgave 1

4) Undersøg ved passende beregninger, om denne forskel er udtryk for, at der er forskel på middel-systolisk blodtryk i de generelle populationer af hhv. rygende og ikke-rygende 50-årige mænd.

Metode 2

$$95\% CI = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t' \times s.e$$

$$t' = 2,0$$

$$95\% CI = (130 - 120)g \pm 2,00 \times 3,62 = [2,76; 17,24]$$

$$95\% CI [3; 17]$$

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Opgave 1

5) Beregn et 95% CI for hhv rygere og ikke-rygere, så du kan udtale dig om middel systolisk blodtryk i den bagvedliggende population for hhv 50-årige mandlige rygere og ikke-rygere? Lav relevante udregninger.

Rygere:

$$95\% CI = \bar{x}_{rygere} \pm t' \times s.e., \quad s.e. = \frac{SD_{rygere}}{\sqrt{n_{rygere}}}$$

$$s.e._{rygere} = \frac{15}{\sqrt{30}} = 2,74$$

$$df_{rygere} = n_{rygere} - 1 = 29$$

t' (tabel A3)

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Table A3 Percentage points of the t distribution
 Adapted from Table 7 of White *et al.* (979) with permission of the authors and publishers.

| d.f. | One-sided P -value | | | | | | | | |
|----------|----------------------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.0025 | 0.001 | 0.0005 |
| | Two-sided P -value | | | | | | | | |
| | 0.5 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.002 | 0.001 |
| 1 | 1.00 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.82 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 0.76 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 0.74 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 0.73 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 4.77 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 0.72 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 0.71 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 4.78 | 5.41 |
| 8 | 0.71 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 0.70 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 0.70 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 0.70 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 0.70 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 0.69 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 0.69 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 0.69 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.65 | 3.96 |
| 18 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 | 3.15 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 0.69 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.47 | 3.74 |
| 25 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.45 | 3.72 |
| 26 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.05 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.38 | 3.65 |
| 40 | 0.68 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 0.68 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.92 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 0.68 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 0.67 | 1.28 | 1.65 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.09 | 3.29 |

Tosidet 5%-punkt i t-fordeling med
 $df = n_1 - 1 = 29$

Opgave 1

5) Beregn et 95% CI for hhv rygere og ikke-rygere, så du kan udtale dig om middel systolisk blodtryk i den bagvedliggende population for hhv 50-årige mandlige rygere og ikke-rygere? Lav relevante udregninger.

Rygere:

$$95\% CI = \bar{x}_{rygere} \pm t' \times s.e., \quad s.e. = \frac{SD_{rygere}}{\sqrt{n_{rygere}}}$$

$$s.e._{rygere} = \frac{15}{\sqrt{30}} = 2,74$$

$$df_{rygere} = n_{rygere} - 1 = 29$$

$$t' = 2,04$$

$$95\% CI = [130 \pm 2,04 \times 2,74] = [124 \text{ mmHg}; 136 \text{ mmHg}]$$

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Opgave 1

5) Beregn et 95% CI for hhv rygere og ikke-rygere, så du kan udtale dig om middel systolisk blodtryk i den bagvedliggende population for hhv 50-årige mandlige rygere og ikke-rygere? Lav relevante udregninger.

Ikke-rygere:

$$95\% CI = \bar{x}_{\text{ikke-rygere}} \pm t' \times s.e.$$

$$s.e._{\text{ikke-rygere}} = \frac{13}{\sqrt{30}} = 2,37$$

$$df_{\text{ikke-rygere}} = n_{\text{ikke-rygere}} - 1 = 29,$$

$$t' = 2,04$$

$$95\% CI = [120 \pm 2,04 \times 2,37] = [115 \text{ mmHg}; 126 \text{ mmHg}]$$

| Gruppe | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-----|-----------|------|
| Rygere, m | 30 | 130 | 15 |
| Ikke-rygere, m | 30 | 120 | 13 |

Opgave 2

Vi vil undersøge, om rygning er associeret med lav fødselsvægt. Fødselsvægt antages at være normalfordelt. Til at analysere dette har vi fødselsvægte på 11 børn født af kvinder, der ikke røg under graviditeten, og 10 børn født af kvinder, der røg under graviditeten.

1) Beregn et estimat for middeldifferencen $\mu_1 - \mu_0$ i den bagvedliggende population i fødselsvægt mellem ikke-rygere og rygere

$$\bar{x} = \bar{x}_1 - \bar{x}_0 = 3478 \text{ g} - 3188 \text{ g} = 290 \text{ g}$$

Dvs. Ikke-rygeres børn er 290 g tungere end rygeres ved fødslen.

| Grupper | Index | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-------|-----|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 1 | 11 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 0 | 10 | 3188 | 508 |

Opgave 2

Standard error på ovenstående middeldifferenceestimat beregnes til 219 gram og beskriver den usikkerhed, vi har på estimatet af den sande middeldifferens i hele populationen mellem ikke-rygere og rygere.

2) Beregn et 95% konfidensinterval (95% CI) for forskellen i fødselsvægt mellem ikke-rygere og rygere.

$$95\% CI = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t' \times s.e.$$

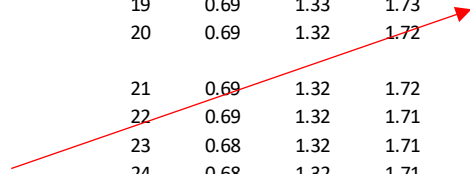
$$d.f. = n_1 + n_0 - 2 = 11 + 10 - 2 = 19$$

| Grupper | Index | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-------|-----|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 1 | 11 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 0 | 10 | 3188 | 508 |

Table A3 Percentage points of the t distribution
 Adapted from Table 7 of White *et al.* (979) with permission of the authors and publishers.

| d.f. | One-sided P -value | | | | | | | | |
|----------|----------------------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.0025 | 0.001 | 0.0005 |
| | Two-sided P -value | | | | | | | | |
| | 0.5 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.002 | 0.001 |
| 1 | 1.00 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.82 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 0.76 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 0.74 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 0.73 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 4.77 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 0.72 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 0.71 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 4.78 | 5.41 |
| 8 | 0.71 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 0.70 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 0.70 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 0.70 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 0.70 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 0.69 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 0.69 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 0.69 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.65 | 3.96 |
| 18 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 | 3.15 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 0.69 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.47 | 3.74 |
| 25 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.45 | 3.72 |
| 26 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.05 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.38 | 3.65 |
| 40 | 0.68 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 0.68 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.92 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 0.68 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 0.67 | 1.28 | 1.65 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.09 | 3.29 |

Tosidet 5%-punkt i t-fordeling med
 $df = n_1 + n_2 - 2 = 19$



Opgave 2

Standard error på ovenstående middeldifferenceestimat beregnes til 219 gram og beskriver den usikkerhed, vi har på estimatet af den sande middeldifferens i hele populationen mellem ikke-rygere og rygere.

2) Beregn et 95% konfidensinterval (95% CI) for forskellen i fødselsvægt mellem ikke-rygere og rygere.

$$95\% CI = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t' \times s.e.$$

$$d.f. = n_1 + n_0 - 2 = 11 + 10 - 2 = 19$$

$$t' = 2,09$$

$$95\% CI = (3478 - 3188)g \pm 2,09 \times 219 = [-168g; 748 g]$$

| Grupper | Index | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-------|-----|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 1 | 11 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 0 | 10 | 3188 | 508 |

Opgave 2

3) Hvad fortæller intervallet mht. signifikans?

Middeldifferens 290 g, 95% $CI = [-168g; 748 g]$

Da 0 er indeholdt i konfidensintervallet med signifikansniveau på 5%, er der ikke signifikant forskel på de to middelværdier. 95% CI viser, at 0 er en plausibel værdi for forskellen.

Opgave 2

| Grupper | Index | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-------|-----|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 1 | 11 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 0 | 10 | 3188 | 508 |
| s.e. 219 g | | | | |

4) Undersøg vha. t-test, om der er signifikant forskel på middel fødselsvægt blandt børn af rygende og ikke-rygende mødre. Fortolk p-værdien.

$$t\text{-værdi} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{s.e. (\bar{x}_1 - \bar{x}_0)}$$

$$t\text{-værdi} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{s.e. (\bar{x}_1 - \bar{x}_0)} = \frac{3478 - 3188}{219} = 1,32$$

$$t\text{-værdi} = 1,32 \text{ og } d.f. = 19$$

p-værdi (tabel A3)

Table A3 Percentage points of the t distribution
 Adapted from Table 7 of White *et al.* (979) with permission of the authors and publishers.

| d.f. | One-sided P -value | | | | | | | | |
|----------|----------------------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.0025 | 0.001 | 0.0005 |
| | Two-sided P -value | | | | | | | | |
| | 0.5 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.002 | 0.001 |
| 1 | 1.00 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.82 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 0.76 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 0.74 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 0.73 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 4.77 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 0.72 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 0.71 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 4.78 | 5.41 |
| 8 | 0.71 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 0.70 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 0.70 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 0.70 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 0.70 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 0.69 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 0.69 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 0.69 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.65 | 3.96 |
| 18 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 | 3.15 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 0.69 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.47 | 3.74 |
| 25 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.45 | 3.72 |
| 26 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.05 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.38 | 3.65 |
| 40 | 0.68 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 0.68 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.92 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 0.68 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 0.67 | 1.28 | 1.65 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.09 | 3.29 |

Tosidet 5%-punkt i t-fordeling med
 $df = n_1 + n_2 - 2 = 19$

Opgave 2

| Grupper | Index | n | \bar{x} | SD |
|----------------|-------|-----|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 1 | 11 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 0 | 10 | 3188 | 508 |
| s.e. 219 g | | | | |

4) Undersøg vha. t-test, om der er signifikant forskel på middel fødselsvægt blandt børn af rygende og ikke-rygende mødre. Fortolk p-værdien.

$$t\text{-værdi} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)}$$

$$t\text{-værdi} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)} = \frac{3478 - 3188}{219} = 1,32$$

$$t\text{-værdi} = 1,32 \text{ og } d.f. = 19$$

$$p\text{-værdi} \approx 0,20$$

Fortolkning af p-værdi?

Under antagelsen af at H_0 er sand vil 20 ud af 100 studier af samme størrelse give mindst lige så store forskelle som vores studie.

Opgave 2

5) Vil du ud fra resultaterne i denne opgave konkludere, at rygning ikke er associeret med fødselsvægt?

Nej, bare fordi vi har ”manglende evidens for association” er dette ikke ensbetydende med ”evidens af manglende association”. Vi ser senere, hvorfor dette er tilfældet.

Opgave 3

Data fra opgave to var en stikprøve fra et større datasæt. Faktisk var der 3417 børn født af ikke-rygere og 561 børn født af rygere. Gennemsnittet og standardafvigelsen er de samme som i forrige opgave

1) Beregn *standard error* for gennemsnitsforskellen i fødselsvægt vha. formlerne

$$s.e. = s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_0}}, \quad \text{hvor } s = \sqrt{\frac{(n_1-1)sd_1^2 + (n_0-1)sd_0^2}{(n_1+n_0-2)}}$$

$$s = \sqrt{\frac{(3417-1) \times 495^2 + (561-1) \times 508^2}{(3417+561-2)}} = 496,9 \text{ g}$$

$$s.e. = 496,9 \times \sqrt{\frac{1}{3417} + \frac{1}{561}} = 22,63$$

| Grupper | n | \bar{x} | SD |
|----------------|------|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 3417 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 561 | 3188 | 508 |

Opgave 3

2) Hvordan påvirker stikprøvestørrelsen standard error?

Opgave 1, lille n; s.e. = 290

Opgave 2, stort n; s.e. = 22,63

$$s.e. = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \times SD_1^2 + (n_2 - 1) \times SD_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Første led er vægtet gennemsnit af de to populationers standarddeviation – den er nogenlunde uændret ved størrelse på n

Andet led bliver mindre, desto større n_1 og n_2 er

En større stikprøve giver en mindre standard error (s.e.) → resultaterne bliver mere præcise

Opgave 3

3) Beregn et 95% CI for $\mu_1 - \mu_0$. Hvordan påvirker stikprøvestørrelsen et 95% CI?

$$95\% CI = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t' \times s.e.$$

$$\text{Frihedsgrader: } (n_1 + n_0) - 2 = 561 + 3417 - 2 = 3976$$

| Grupper | n | \bar{x} | SD |
|----------------|------|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 3417 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 561 | 3188 | 508 |
| s.e. 22,63 | | | |

Table A3 Percentage points of the *t* distributionAdapted from Table 7 of White *et al.* (979) with permission of the authors and publishers.

| d.f. | One-sided <i>P</i> -value | | | | | | | | |
|------|---------------------------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.0025 | 0.001 | 0.0005 |
| | Two-sided <i>P</i> -value | | | | | | | | |
| | 0.5 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.002 | 0.001 |
| 1 | 1.00 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.82 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 0.76 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 0.74 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 0.73 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 4.77 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 0.72 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 0.71 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 4.78 | 5.41 |
| 8 | 0.71 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 0.70 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 0.70 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 0.70 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 0.70 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 0.69 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 0.69 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 0.69 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.65 | 3.96 |
| 18 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 | 3.15 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 0.69 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.47 | 3.74 |
| 25 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.45 | 3.72 |
| 26 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.05 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.38 | 3.65 |
| 40 | 0.68 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 0.68 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.92 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 0.68 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 0.67 | 1.28 | 1.65 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.09 | 3.29 |

Opgave 3

3) Beregn et 95% CI for $\mu_1 - \mu_0$. Hvordan påvirker stikprøvestørrelsen et 95% CI?

$$95\% CI = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t' \times s.e.$$

$$\text{Frihedsgrader: } (n_1 + n_0) - 2 = 561 + 3417 - 2 = 3976$$

$$t' = 1,96$$

| Grupper | n | \bar{x} | SD |
|----------------|------|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 3417 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 561 | 3188 | 508 |
| s.e. 22,63 | | | |

$$95\% CI = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t' \times s.e. = (3478 - 3188)g \pm 1,96 \times 22,63 = [246g; 334 g]$$

Når stikprøven bliver større, bliver 95% CI smallere (pga mindre s.e.), dvs. præcisionen bliver større. 95% CI-intervallet er nu smallere [246g; 334g] sammenlignet med det tidligere bredere interval [-168g; 748g].

Usikkerheden er altså blevet mindre.

Opgave 3

4) Beregn t-værdien. Hvordan påvirker stikprøvestørrelsen t-værdien, og hvad betyder det for p-værdien?

$$t(x) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{3478 - 3188}{22,63} = 12,81$$

| Grupper | n | \bar{x} | SD |
|----------------|------|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 3417 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 561 | 3188 | 508 |
| s.e. 22,63 | | | |
| d.f. = 3976 | | | |

Table A3 Percentage points of the *t* distributionAdapted from Table 7 of White *et al.* (979) with permission of the authors and publishers.

| d.f. | One-sided <i>P</i> -value | | | | | | | | |
|------|---------------------------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.0025 | 0.001 | 0.0005 |
| | Two-sided <i>P</i> -value | | | | | | | | |
| | 0.5 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.002 | 0.001 |
| 1 | 1.00 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.82 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.96 | 9.92 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3 | 0.76 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 10.21 | 12.92 |
| 4 | 0.74 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 7.17 | 8.61 |
| 5 | 0.73 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.36 | 4.03 | 4.77 | 5.89 | 6.87 |
| 6 | 0.72 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.21 | 5.96 |
| 7 | 0.71 | 1.42 | 1.90 | 2.36 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 4.78 | 5.41 |
| 8 | 0.71 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 4.50 | 5.04 |
| 9 | 0.70 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.30 | 4.78 |
| 10 | 0.70 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.14 | 4.59 |
| 11 | 0.70 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.02 | 4.44 |
| 12 | 0.70 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 3.93 | 4.32 |
| 13 | 0.69 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 3.85 | 4.22 |
| 14 | 0.69 | 1.34 | 1.76 | 2.14 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 3.79 | 4.14 |
| 15 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 3.73 | 4.07 |
| 16 | 0.69 | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 3.69 | 4.02 |
| 17 | 0.69 | 1.33 | 1.74 | 2.11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.65 | 3.96 |
| 18 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.61 | 3.92 |
| 19 | 0.69 | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.58 | 3.88 |
| 20 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.09 | 2.53 | 2.84 | 3.15 | 3.55 | 3.85 |
| 21 | 0.69 | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.53 | 3.82 |
| 22 | 0.69 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.50 | 3.79 |
| 23 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.48 | 3.77 |
| 24 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.47 | 3.74 |
| 25 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.45 | 3.72 |
| 26 | 0.68 | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.44 | 3.71 |
| 27 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.42 | 3.69 |
| 28 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.76 | 3.05 | 3.41 | 3.67 |
| 29 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.40 | 3.66 |
| 30 | 0.68 | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.38 | 3.65 |
| 40 | 0.68 | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.31 | 3.55 |
| 60 | 0.68 | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.92 | 3.23 | 3.46 |
| 120 | 0.68 | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.16 | 3.37 |
| ∞ | 0.67 | 1.28 | 1.65 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.09 | 3.29 |

Opgave 3

4) Beregn t-værdien. Hvordan påvirker stikprøvestørrelsen t-værdien, og hvad betyder det for p-værdien?

$$t(x) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s.e. (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{3478 - 3188}{22,63} = 12,81$$

P-værdi < 0,001

Stor stikprøve, stor t-værdi og tilsvarende lav p-værdi

Når s.e. bliver lille, bliver t-værdien større, og p-værdien tilsvarende mindre.

| Grupper | n | \bar{x} | SD |
|----------------|------|-----------|------|
| Ikke-rygere, m | 3417 | 3478 | 495 |
| Rygere, m | 561 | 3188 | 508 |
| s.e. 22,63 | | | |
| d.f. = 3976 | | | |

Opgave 3

5) Hvad er forudsætningerne for dette test?

- Fødselsvægte for både rygere og ikke-rygere er normalfordelt, to normalfordelinger
- Standard deviationer for de to grupper er nogenlunde ens (den ene er fx ikke dobbelt så stor som den anden)
- Alle observationerne skal være uafhængige
- **Huskeregul:** Normalfordeling, ens variation, uafhængige observationer.

IKKE PENSUM – BARE OPKLARING

Observationerne skal være uafhængige

- Fx blodtryk hos enæggede tvillinger: Blodtrykket hos to enæggede tvillinger vil være mere ens end blodtryk hos to ikke-relaterede personer (pga. fælles genetik og miljø).
- Når personer ligner hinanden, bliver variationen i data mindre → SD og s.e. bliver kunstigt små → vi risikerer for smalle konfidensintervaller.
- Dvs. i en studiepopulation af enæggede tvillinger vil SD og s.e. typisk være lavere end i en population af ikke-relaterede personer.
- Derfor bruger vi særlige metoder, hvis observationerne ikke er uafhængige – så vi undgår for snævre konfidensintervaller (95% CI).
- Andre eksempler på afhængige data: De samme personer målt to gange. Her bruger man en parret t-test.

Opgave 4

Tabel viser resultatet af tre randomiserede forsøg med tre forskellige medicintyper til at reducere blodtryk. I alle tre forsøg blev personer med forhøjet blodtryk (BT) randomiseret til at modtage enten medicinen eller placebo. Efter en måned blev deres systoliske blodtryk målt igen og følgende resultater blev fundet.

| Forsøg | Medicin | Antal i hver gruppe | Difference i BT fra med. til placebo | 95% CI | P-værdi |
|--------|---------|---------------------|--------------------------------------|-----------|---------|
| 1 | A | 20 | -30 | [-68 ; 8] | 0.12 |
| 2 | B | 175 | -10 | [-22 ; 3] | 0.12 |
| 3 | C | 4000 | -5 | [-8 ; -2] | <0.001 |

Opgave 4

1) Hvilken medicin vil anbefales ud fra tabellen?

Medicin C er den eneste med signifikant effekt. Dog ikke klinisk relevant, da effekten er BT sænkning med mellem 2 og 8 mmHg.

Der ses større effekt af medicin A og B ud fra 95% CI, dog ikke signifikant forskel.

**Ingen evidens for effekt
betyder IKKE evidens for ingen effekt.**

| Forsøg | Medicin | Antal i hver gruppe | Difference i BT fra med. til placebo | 95% CI | P-værdi |
|--------|---------|---------------------|--------------------------------------|-----------|---------|
| 1 | A | 20 | -30 | [-68 ; 8] | 0.12 |
| 2 | B | 175 | -10 | [-22 ; 3] | 0.12 |
| 3 | C | 4000 | -5 | [-8 ; -2] | <0.001 |

Opgave 4

Der blev nu udført to ekstra undersøgelser

2) Vil du nu anbefale noget medicin, og hvad skyldes evt. forskel i svar fra ovenstående?

| Forsøg | Medicin | Antal i hver gruppe | Difference i BT fra med. til placebo | 95% CI | P-værdi |
|--------|---------|---------------------|--------------------------------------|------------|---------|
| 1 | A | 20 | -30 | [-68 ; 8] | 0.12 |
| 4 | A | 2000 | -30 | [-34; -26] | <0.001 |
| 2 | B | 175 | -10 | [-22 ; 3] | 0.12 |
| 5 | B | 2000 | -3 | [-7; 1] | 0.11 |
| 3 | C | 4000 | -5 | [-8 ; -2] | <0.001 |

Medicin A har største effektstørrelse og denne er statistisk signifikant. Medicin A viser reduktion på 26-34 mmHg. Resultater er baseret på langt større stikprøve, og resultatet er signifikant. Store studier har større chance for at påvise en effekt end små studier. De har større ”statistisk power”.

Det ses tydeligt, at en P-værdi ikke siger noget om den kliniske relevans (effekten). Et lille fald i blodtryk kan være statistisk signifikant, men ikke vigtigt for patientens helbred.

Opgave 5

I et studie sammenlignes to grupper: en gruppe på 146 personer, der på et tidspunkt er testet positiv for en kønssygdom, og en kontrolgruppe på 146 personer, der blev testet negativ for samme kønssygdom. I gruppen med positiv test havde personerne i gennemsnit oplyst, at deres alder ved første samleje var 17,5 år ($SD=2,0$ år), mens den tilsvarende alder for deltagerne med negativ test var 18,1 år ($SD=2,2$ år).

1) Hvilken test vil du bruge til at undersøge, om der er signifikant forskel i alder ved første samleje i de to grupper? Begrund dit svar.

Uparret t-test

Numeriske data (kontinuerte)

-Alternativt kan vi regne 95%CI

Opgave 5

2) Hvad er nulhypotesen?

H_0 : Ingen forskel i alder for seksuel debut i de to grupper, $H_0: \mu_1 = \mu_0 \Rightarrow \mu_1 - \mu_0 = 0$

Opgave 5

| Test | n | \bar{x} | SD |
|---------|-----|-----------|------|
| Positiv | 146 | 17,5 | 2,0 |
| Negativ | 146 | 18,1 | 2,2 |

3) Udfør testet og lav en passende konklusion

$$t(x) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}, \quad s.e. = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \times SD_1^2 + (n_2 - 1) \times SD_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$s.e. = \sqrt{\frac{(146 - 1) \times 2,0^2 + (146 - 1) \times 2,2^2}{146 + 146 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{146} + \frac{1}{146}} = 2,10 \cdot 0,117 = 0,246$$

$$t(x) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s.e.(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{18,1 - 17,5}{0,246} = 2,44$$

Frihedsgrader: d.f. = 146 + 146 - 2 = 290

0,01 < p < 0,02

Da 0,01 < p < 0,02 < 5% kan vi forkaste nulhypotesen, der sagde ”ingen forskel i middelværdi” – der er således statistisk signifikant forskel på gennemsnitsalder i de to grupper

Opgave 5

4) Hvad viser studiet?

Studiet viser, at der er en statistisk signifikant forskel i gennemsnitsalder ved første samleje mellem personer, der har testet positiv for en kønssygdom, og dem, der har testet negativ. De, der har testet positivt, rapporterede i gennemsnit en lavere alder ved første samleje.

En ting er statistisk association, noget andet er en årsagssammenhæng.

Tidligere debut kan give større eksponering for de vira, som giver kønssygdom...

Ekstraopgave

| Grupper | n | \bar{x} | SD |
|---------------|------|-----------|------|
| Ingen alkohol | 1303 | 3,1 | 1,1 |
| Alkohol 1-14 | 5552 | 3,9 | 0,9 |

I et britisk studie ønskede en gruppe forskere at undersøge alkohols virkning på demens. Der blev ved rekruttering spurgt ind til bl.a. alkoholforbrug og motion.

Der var 1303 deltagere, der ikke drak alkohol og 5552, der drak 1-14 genstande om ugen.

I studiet blev der spurgt om, hvor meget hård fysisk aktivitet deltagerne dyrkede. Blandt de deltagere, der ikke drak alkohol, blev der i gennemsnit dyrket 3,1 timers fysisk aktivitet om ugen ($SD=1,1$ time), mens der blandt de deltagere, der drak 1-14 genstande om ugen, i gennemsnit blev dyrket 3,9 timers fysisk aktivitet om ugen ($SD=0,9$ time).

Angiv hvilket statistisk test, der er egnet til at bestemme, om der er signifikant forskel i fysisk aktivitet mellem dem, der ikke drak alkohol, og dem der drak 1-14 genstande om ugen. Beregn teststørrelsen, inkludér nulhypotese og antal frihedsgrader.

Ekstraopgave

I et studie måles det gennemsnitlige BMI for to grupper:

Gruppe 1 (ikke-rygere): 25,3 (SD = 4,2)

Gruppe 2 (rygere): 24,7 (SD = 4,5)

- 1) Hvilken test er relevant for at undersøge, om der er forskel i BMI mellem de to grupper?
- 2) Nævn tre forudsætninger, som skal være opfyldt for at testen er gyldig.
- 3) Hvis $p = 0,27$, hvad kan vi så konkludere?

Ekstraopgave

Spørgsmål

1. Kan en p-værdi på 0,03 bruges til at konkludere klinisk relevans?
2. Er observationer i en stikprøve af enæggede tvillinger uafhængige?
3. Hvis 95%-konfidensintervallet for en middeldifference indeholder 0, er forskellen statistisk signifikant?
4. Kan en uparret t-test bruges til at sammenligne gennemsnit mellem to uafhængige grupper?
5. Hvis p-værdien er større end 0,05, kan vi forkaste nulhypotesen?
6. Viser en statistisk association nødvendigvis en årsagssammenhæng?

Ekstraopgave

Et nyt middel til vægttab viser i et stort randomiseret studie:

Gennemsnitligt vægttab: 0,8 kg (95% CI: 0,3 til 1,3 kg)

P = 0,01

- 1) Er resultatet statistisk signifikant?
- 2) Er vægttabet nødvendigvis klinisk relevant?
- 3) Hvordan vil du kort forklare forskellen på statistisk og klinisk betydning i dette eksempel?

Ekstraopgave

To studier undersøger effekten af en ny søvnmedicin.

Studie 1: 25 deltagere → gennemsnitlig søvnforbedring: 1,5 timer (s.e. = 0,6).

Studie 2: 100 deltagere → gennemsnitlig søvnforbedring: 1,5 timer (s.e. = 0,3).

- 1) Hvorfor er s.e. mindre i Studie 2 end i Studie 1?
- 2) Hvordan vil 95%-konfidensintervallet for søvnforbedringen sammenlignes mellem de to studier?
- 3) Hvis begge studier finder p-værdier på hhv. 0,09 (Studie 1) og 0,02 (Studie 2), hvordan forklarer du forskellen?

Opsummering - eksamensrelevant

✓ Vurder forskelle mellem grupper:

- Brug *uparret t-test* ved sammenligning af to uafhængige grupper (numeriske data)

✓ Statistisk testning og signifikans:

- Formuler nulhypotese (H_0): *Ingen forskel mellem grupper.*
- Beregn p-værdi → sammenlign med signifikansniveau (typisk 5 %).
- Hvis $p < 0,05$ → forkast H_0 (statistisk signifikant forskel).

✓ Fortolkning af resultater:

- Statistisk signifikans betyder ikke nødvendigvis klinisk relevans.
- Husk altid at vurdere effektstørrelse og betydning for praksis (patienten).

✓ Association ≠ Årsagssammenhæng:

- En statistisk sammenhæng beviser ikke, at der er tale om en årsag.
- Især vigtigt i observationelle studier.

✓ Forudsætninger for t-test:

- Data skal være normalfordelte.
- Grupperne skal have nogenlunde ens varians.
- Observationerne skal være uafhængige.

Tak for i dag!

